Данная методичка посвящается Павлу Демидову
Дергачёв Максим Алеквсеевич уехал на посвят, а Паша провёл семинар вместо него

В прошлых методичках мы активно пользовались уравнением Кюри-Вейса. Давайте хоть посмотрим, как оно выводится.

№19.

Парамагнетик называется идеальным, если его вн. энергия U не зависит от намагниченности M, а зависит только от температуры θ. Получить уравнение состояния (т.е. связывающее M,H,θ).

Можно провести аналогию с идеальным газом, чья внутренняя энергия $U = \frac{i}{2}N\theta$ не зависит от p,V,S, а зависит лишь от θ.

Решение:
Коли энергия U не зависит от M, то

$$\left(\frac{\partial U}{\partial M}\right)_H = 0$$

Тут надо воспользоваться тождеством с лекций

$$C_A = \left(\frac{\partial U}{\partial a}\right)_A = -A + \theta\left(\frac{\partial A}{\partial \theta}\right)_a$$

Применим:

$$0 = C_H = \left(\frac{\partial U}{\partial M}\right)_H = -H + \theta\left(\frac{\partial H}{\partial \theta}\right)_M$$

$$H - \theta\left(\frac{\partial H}{\partial \theta}\right)_M = 0, \quad \frac{H}{\theta} = \frac{dH}{d\theta} \quad ; \quad \frac{dH}{H} = \frac{d\theta}{\theta},$$

$$\left.\frac{H}{\theta}\right|_{M=const} = const \quad \Rightarrow \quad \frac{H}{\theta} = \phi(M), \quad M = f\left(\frac{H}{\theta}\right)$$

Решение я опущу, оставлю только ответ:

$$f(m) = \frac{H}{\theta}$$

Определим φ как обратную функцию к f:

$$m = \varphi\left(\frac{H}{\theta}\right)$$

Получаем ответ – уравнение состояния. Такие магнетики называются парамагнетиками Кюри.

№20.

У нас парамагнетик неидеальный – вн.энергия U может зависеть от M… Но вот теплоёмкость C_M (т.е. при постоянном M) уж от M не зависит! (Это более слабое условие). Какое будут уравнение состояния на этот раз? (Спойлер – это уже парамагнетик Кюри-Вейса).

Решение: итак, на сей раз

$$\left(\frac{\partial C_M}{\partial M}\right)_\theta = 0$$

Где C_m - теплоёмкость при постоянном магнитном моменте:

$$C_M = \left(\frac{\partial E}{\partial \theta}\right)_M$$

Приступаем к решению. У нас есть C_M – логично написать теплоёмкое уравнение с ней:

$$\left(\frac{\partial C_M}{\partial M}\right)_\theta = -\theta\left(\frac{\partial^2 H}{\partial \theta^2}\right)_M$$

Левая часть равна нулю по условию, поэтому

$$\theta\left(\frac{\partial^2 H}{\partial \theta^2}\right)_M = 0$$

Раз вторая производная равна 0, получаем линейную функцию.

$$H(M,\theta) = \theta f_1(M) + f_2(M)$$

А мы ещё помним, что $H = \frac{M}{\chi}$. Подставляем и находим $f_1(\quad) и f_2()$:

$$\frac{M}{\chi} = \theta f_1(M) + f_2(M)$$

Дифференцируем по m при постоянных θ и χ:

$$\frac{1}{\chi} = \theta f_1^I(M) + f_2^I(M)$$

И в итоге получаем

$$\chi = \frac{b}{\theta \text{плюс или минус} \theta_0}$$

Как раз Кюри-Вейса! Только пармагнетике в Кюри-Вейса знак минус должен быть:

$$\chi = \frac{b}{\theta - \theta_0}$$

Если же так

$$\chi = \frac{b}{\theta + \theta_0}$$

то уже ферромагнетик Неймана.